Formelsammlung Physik 1

1 Kinematik

1.1 Grundlagen

Beschleunigung:

$$\vec{a}(t)$$

Geschwindigkeit:

$$\vec{v}(t) = \vec{a} \cdot t + v_0$$

Bahnkurve:

$$\vec{x}(t) = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot t^2 + \vec{v}_0 \cdot t + x_0$$

Zusammenhänge:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} \text{ und } \int \vec{v}(t)dt = \vec{x}(t)$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \text{ und } \int \vec{a}(t)dt = \vec{v}(t)$$

1.2 Drehbewegung

Statt x und y betrachtet man r und ϕ mit

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot cos(\phi) \\ r \cdot sin(\phi) \end{pmatrix}$$

mit Winkelbeschleunigung:

$$\alpha(t) = \frac{d\omega(t)}{dt}$$

Winkelgeschwindigkeit:

$$\omega(t) = \alpha(t) \cdot t + \omega_0 = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

und Winkel:

$$\phi(t) = \frac{1}{2}\alpha(t) \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \phi_0$$

Zusammenhang zwischen Bogenlänge (zurückgelegtem Weg auf Kreisbahn)

$$\phi = \frac{s}{r}$$

$$v = \omega \cdot r$$

Zusammenhang zwischen Winkelgeschwindigkeit und Umlaufdauer T

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

1.3 Schiefer Wurf

x-Richtung (keine Beschleunigung):

$$x(t) = v_{x0} \cdot t + x_0$$

y-Richtung(Beschleunigung $= -g$)

$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{y0} \cdot t + y_0$$

2 Arbeit und Energie

Kinetische Energie $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Kinetische Energie der Rotation $E_{rot} = \frac{1}{2}\Theta\omega^2$

Potentielle Energie $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$

3 Vergleich Translation und Rotation

Translation		Rotation	
Größe, Formelzeichen	Einheit	Größe, Formelzeichen	Einheit
Weg, $\vec{s}$, $d\vec{s}$	m	Winkel $\vec{\phi}$, $d\vec{\phi}$	rad
Geschwindigkeit, $\vec{v} = \frac{d}{dt}\vec{s}$	$\frac{m}{s}$	Winkelgeschwindigkeit, $\vec{\omega} = \frac{d}{dt}\vec{\phi}$	$\frac{rad}{s}$
Beschleunigung, $\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{v} = \frac{d^2}{dt^2}\vec{s}$	$\frac{m}{s^2}$	Winkelbeschleunigung, $\vec{\alpha} = \frac{d}{dt}\vec{\omega} = \frac{d^2}{dt^2}\vec{\phi}$	$\frac{rad}{s^2}$
Masse, m	kg	Massenträgheitsmoment, $\Theta = \int_V r_\perp^2 \rho dV$	$kg \cdot m^2$
Kraft, $F = m \cdot \vec{a}$	$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$	Drehmoment, $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	Nm
Impuls, $\vec{p} = m\vec{v}$	$\frac{kg \cdot m}{s} = Ns$	Drehimpuls, $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \Theta\omega$	$\frac{kg \cdot m^2}{s} = Nms$
Energie, $E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	J	Energie, $E_{rot} = \frac{1}{2} \cdot \Theta \cdot \omega^2$	J

4 Trägheitsmomente

Berechnung von Trägheitmomenten allgemein:

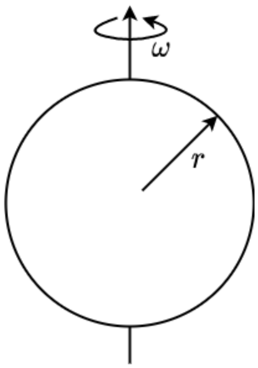
$$\Theta = \int_V r_\perp^2 \rho \, dV$$

Satz von Steiner:

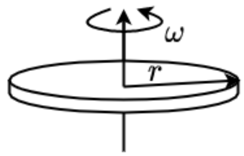
$$\Theta_{verschoben} = \Theta_{Schwerpunkt} + m \cdot \Delta^2$$

mit Δ = Abstand der Drehachsen

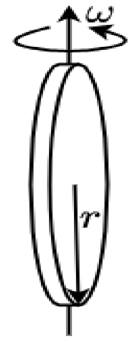
Übersicht über die wichtigsten Trägheitsmomente:



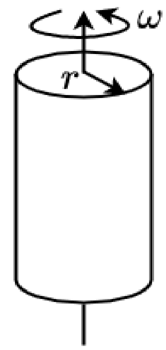
$\Theta = \frac{2}{5}mr^2$



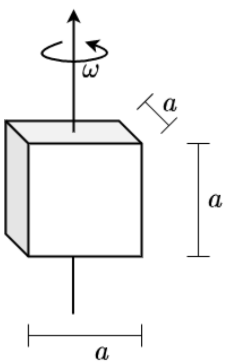
$\Theta = \frac{1}{2}mr^2$



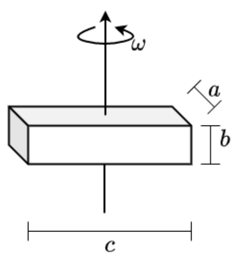
$\Theta = \frac{1}{4}mr^2$



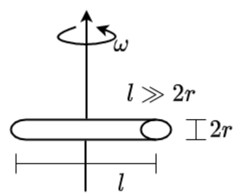
$\Theta = \frac{1}{2}mr^2$



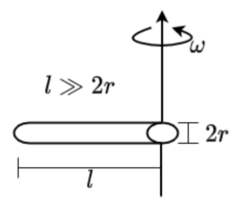
$\Theta = \frac{1}{6}ma^2$



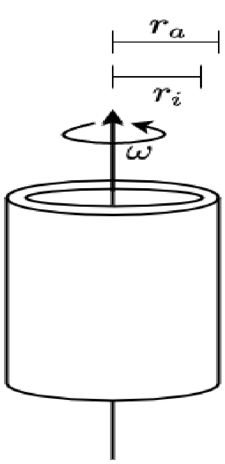
$\Theta = \frac{1}{12}m\left(b^2 + c^2\right)$



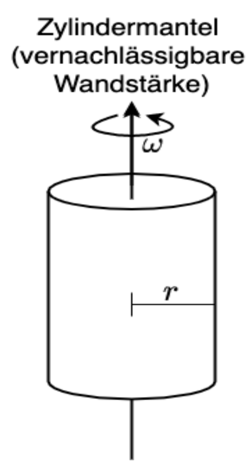
$\Theta = \frac{1}{12}ml^2$



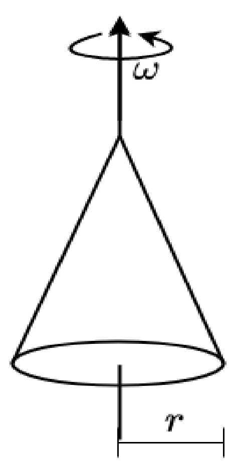
$\Theta = \frac{1}{3}ml^2$



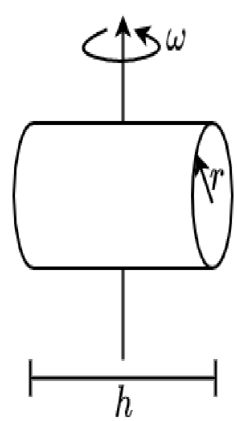
$\Theta = \frac{1}{2}m\left(r_a^2 + r_i^2\right)$



$\Theta \approx mr^2$



$\Theta = \frac{3}{10}m\,r^2$



$\Theta = \frac{1}{4}m\,r^2 + \frac{1}{12}m\,l^2$

5 Hydrostatik

Kapillare Steighöhe

$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot cos(\alpha)}{\rho \cdot g \cdot r}$$

Hydraulik

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Hydrostatischer Druck

$$p_h = \rho \cdot g \cdot h + p_0$$

Statischer Auftrieb

$$F_A = \rho \cdot g \cdot V_{\text{verdrängt}}$$

6 Hydrodynamik

Dynamischer Druck:

$$p_{dyn} = \frac{1}{2} \rho v^2$$

Kontinuitätsgleichung:

$$A \cdot v = \text{konstant}$$

Satz von Bernoulli:

$$p \; + \; \rho \cdot g \cdot h \; + \; \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \; = \text{konstant}$$

7 Wärmeausdehnung

7.1 Wärmeausdehnung bei Feststoffen

Für die Ausdehnung in eine Dimension gilt:

$$L\left(T_0 + \Delta T\right) = L\left(T_0\right)\left(1 + \alpha \Delta T\right)$$

Für isotrope Stoffe gilt:

$$V\left(T_0 + \Delta T\right) = L \cdot B \cdot H = V\left(T_0\right)\left(1 + \gamma \Delta T\right)$$

mit $\gamma = 3\alpha$.
Für anisotrope Stoffe (bspw. Holz) gilt:

$$L\left(T_0 + \Delta T\right) = L\left(T_0\right)\left(1 + \alpha \Delta T\right)$$
$$B\left(T_0 + \Delta T\right) = B\left(T_0\right)\left(1 + \alpha \Delta T\right)$$
$$H\left(T_0 + \Delta T\right) = H\left(T_0\right)\left(1 + \alpha \Delta T\right)$$

7.2 Wärmeausdehnung bei Flüssigkeiten

Volumenänderung:

$$V\left(T_0 + \Delta T\right) = V\left(T_0\right)\left(1 + \gamma \Delta T\right)$$

oder als Dichteänderung:

$$\rho\left(T_0 + \Delta T\right) = \frac{\rho\left(T_0\right)}{\left(1 + \gamma \Delta T\right)}$$

Achtung: Bei Wasser nicht anwendbar (Dichteanomalie!)

7.3 Wärmeausdehnung bei Gasen

Allgemeine Gasgleichung:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = N \cdot k_B \cdot T$$

Temperaturerhöhung bei konstantem Druck $\longrightarrow$ Volumenzunahme

$$V(T_0 + \Delta T) = V(T_0)(1 + \gamma \Delta T)$$

Temperaturerhöhung bei konstantem Volumen $\longrightarrow$ Zunahme des Drucks

$$p(T_0 + \Delta T) = p(T_0)(1 + \gamma \Delta T)$$

Mit (universellem)

$$\gamma_{Gas}\,(\text{bei } 0°C) = (273,15)^{-1}\,\frac{1}{K}$$

γ_{Gas} ist stark temperaturabhängig!

8 Wärmeenergie

8.1 innere Energie

innere Energie des idealen Gases

$$U = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

mit f = Anzahl der Freiheitsgrade

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

8.2 Wärmekapazität

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$$

oder spezifische Wärmekapazität

$$c = \frac{C}{m}$$

Man unterscheidet zwischen
c_p: Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_V: Wärmekapazität bei konstantem Volumen

Für Festkörper und Flüssigkeiten gilt $c_p \approx c_V$. Für ideales Gas gilt: $c_p - c_V = \frac{R}{m}$.

Die hinzugefügte Wärmemenge ist

$$\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

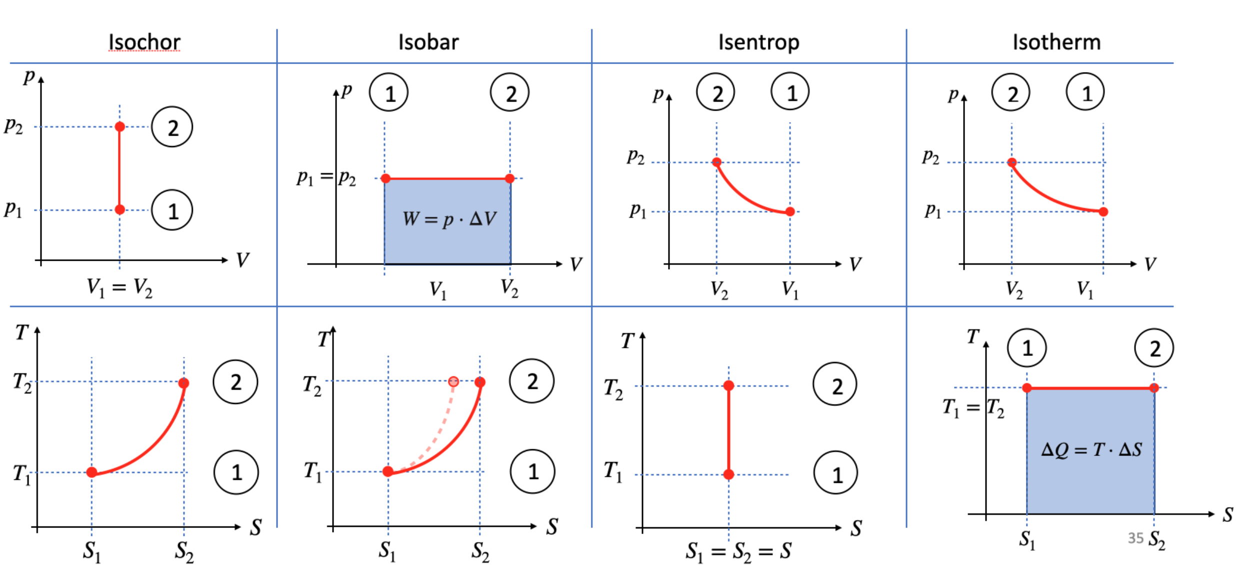
9 Zustandsänderungen bei Gasen

Temperatur statisches Maß für die mittlere Teilchenbewegung

innere Energie $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$

Enthalpie $H = U + p \cdot V$

Entropie Thermodynamische Definition der Entropie durch Ludwig Boltzmann $S = k_B \cdot ln\,(\Omega)$, Ω ist das Phasenraumvolumen.



10 Vektorrechnung

Skalare sind Größen, die einen Zahlenwert, aber keine Richtung haben (wie Anzahl, Länge, Dichte, Temperatur, ...).
Vektoren sind Größen, die einen Zahlenwert und eine Richtung haben (Geschwindigkeit, Erdanziehung, Magnetfeld, ...).

Beispiel: Bei der Aussage ein Auto fährt mit der Geschwindigkeit von $v = 100\frac{km}{h}$ ist nicht die ganze Information über die Geschwindigkeit gegeben: es ist nicht gesagt in welche Richtung das Auto fährt. Die vektorielle Größe der Geschwindigkeit $\vec{v}$ enthält den Betrag und die Richtung. Dies bedeutet, die vektorielle Größe $\vec{v}$ hat einen Wert für jede Richtung im angewandten Koordinatensystem

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

Dies könnte zum Beispiel sein:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 30\frac{km}{h} \\ 20\frac{km}{h} \\ 10\frac{km}{h} \end{pmatrix}$$

Für Vektoren gelten folgende Rechenregeln:

Multiplikation Skalar mit einem Vektor:

$$n \cdot \vec{c} = n \cdot \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \cdot c_x \\ n \cdot c_y \\ n \cdot c_z \end{pmatrix}$$

Multiplikation Vektor mit einem Vektor:

a) **Skalarprodukt** (hat als Ergebnis einen Skalar):

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

b) **Kreuzprodukt** (Hat als Ergebnis einen Vektor mit der Länge der eingeschlossenen Fläche und ist $\perp$ zu den beiden Ausgangsvektoren):

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_y \cdot b_z - b_y \cdot a_z \\ a_z \cdot b_x - b_z \cdot a_x \\ a_x \cdot b_y - b_x \cdot a_y \end{pmatrix}$$

Für den Betrag des Kreuzproduktes gilt

$$\left| \vec{a} \times \vec{b} \right| = |\vec{a}| \cdot \left| \vec{b} \right| \cdot \left(\angle(\vec{a}, \vec{b}) \right)$$

Betrag eines Vektors:

Der Betrag eines Vektors ist die Länge des Vektors.

$$|\vec{r}| = \sqrt{(\vec{r} \cdot \vec{r})} = \sqrt{r_x^2 + r_y^2 + r_z^2}$$

11 Differentialrechnung

Die Ableitung einer Funktion (Differential) wird in der Physik häufig verwendet. Beispielsweise in der Kinematik oder der Mechanik im Allgemeinen. Graphisch stellt die Ableitung $f'(t)$ einer Funktion $f(t)$ die Steigung dieser Funktion an der Stelle t dar.

$$f'(t) = lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}$$

Handelt es sich bei der Variablen um die Zeit t, wird die Ableitung oft nicht mit einem $'$, sondern mit einem $\dot{}$ bezeichnet.

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) \text{ und } \dot{f}(t) = \frac{d}{dt} f(t)$$

In der Differentialrechnung gibt es einige Rechenregeln, welche verwendet werden können, um Ableitungen zu bestimmen. Die wichtigsten sind:

Ableitung von Konstanten

Die Ableitung einer Konstanten ist Null.

$$\frac{d}{dt}C = 0$$

Potenzregel

Für die Ableitung von Potenzfunktionen gilt:

$$\frac{d}{dt}t^n = n \cdot t^{n-1}$$

Summenregel

Für die Ableitung von Summen gilt:

$$\frac{d}{dt}\left(f(t) + g(t)\right) = \frac{d}{dt}f(t) + \frac{d}{dt}g(t)$$

Produktregel

Für die Ableitung von Produkten von Funktionen gilt:

$$\frac{d}{dt}\left(f(t) \cdot g(t)\right) = \left(\frac{d}{dt}f(t)\right) g(t) + f(t)\left(\frac{d}{dt}g(t)\right)$$

Sinus und Cosinus

Für die Ableitungen der Sinus und Cosinusfunktionen gilt:

$$\frac{d}{dt}sin(t) = cos(t)$$

$$\frac{d}{dt}cos(t) = -sin(t)$$

Kettenregel

Für die Ableitung von verschachtelten Funktionen gilt:

$$\frac{d}{dt}f(g(t)) = \left(\frac{d}{dg}f(g)\right)\left(\frac{d}{dt}g(t)\right)$$

Beispielsweise:

$$\frac{d}{dt}sin(5 \cdot t) = cos(5 \cdot t) \cdot 5$$

mit $f(g) = sin(g)$ und $g(t) = 5 \cdot t$

12 Integralrechnung

Die Integralrechnung ist das Gegenstück zur Differentialrechnung. Ergebnis der Integration ist eine so genannte Stammfunktion $F(t)$ deren Ableitung die zu integrierende Funktion $f(t)$ ist. Es gilt:

$$F(t) = \int f(t)dt \text{ mit } \frac{d}{dt}F(t) = f(t)$$

Da die Ableitung einer Konstanten gleich Null ist, kann zu einer Stammfunktion immer eine konstante Funktion hinzuaddiert werden. Diese Integrationskontante muss dann über Anfangsbedingungen bestimmt werden.

$$\frac{d}{dt}\left(F(t)\right) = \frac{d}{dt}\left(F(t) + C\right)$$

In der Integralrechnung gibt es ebenfalls einige Rechenregeln, welche verwendet werden können, um Stammfunktionen zu bestimmen. Die wichtigsten sind:

Faktorregel

Ein konstanter Faktor kann vor das Integral gezogen werden

$$\int C \cdot f(t)dt = C \int f(t)dt$$

Potenzregel

Für die Integration von Potenzfunktionen gilt:

$$\int t^n de = \frac{1}{n+1}t^{n+1}$$

Summenregel

Für die Integration von Summen gilt:

$$\int \left(f(t) + g(t)\right)dt = \int f(t)dt + \int g(t)dt$$

Partielle Integration

(Gegenstück zur Produkt bei der Differentialrechnung)

$$\int f(t) \cdot \left(\frac{d}{dt}g(t)\right) dt = f(t) \cdot g(t) - \int \left(\frac{d}{dt}f(t)\right) g(t)dt$$

Substitutionsregel

(Gegenstück zur Kettenregel bei der Differentialrechnung)

$$\int_{t_1}^{t_2} f(g(t))\frac{d}{dt}g(t)dt = \int_{g(t_1)}^{g(t_2)} f(z)dz \text{ wobei } z = g(t)$$

Logarithmus

$$\int \frac{1}{t}dt = ln(t)$$